OPOSICIONES AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS

Madrid 2025

(Cada uno de los ejercicios debe aparecer convenientemente razonado)

1. Responder a las siguientes cuestiones razonando la respuesta.

a) (1 pto.) ¿Son semejantes las matrices diagonales reales:

C = Diag(1, 1, 2) y D = Diag (1, 2, 2)?

b) (1,5 ptos) Demostrar que toda matriz real (2, 2) es semejante a una matriz de una de las formas siguientes: $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{bmatrix}$$

2. Se lanzan tres monedas y se anota el número total de caras obtenido. Este experimento se repite diez veces.

a) (1,5 ptos) Si las monedas están equilibradas, ¿cuál es la probabilidad de obtener la siguiente tabla de frecuencias?

Número de caras	0	1	2	3
Frecuencia observada	1	3	4	2

b) (1 pto) Si la probabilidad de obtener cara en cada moneda es θ, la misma para las tres monedas, calcule el valor de θ que maximiza la probabilidad de las frecuencias observadas.

3. Resuelva las siguientes cuestiones:

a) (1 pto) Discuta si el siguiente polinomio tiene raíces múltiples: $P(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$, $n \in \mathbb{Z}^+$

Demuestre que $2^n > n^2$, $\forall\ n \in \mathbb{Z}^+ \,/\, n > 4$

b) (1,5 ptos) Demuestre por inducción que

$$(cos x + \mathrm{i}\,\mathrm{sen}\, x)^n = cos(nx) + \mathrm{i}\,\mathrm{sen}(nx)$$

Para $n \in \mathbb{N}\ con\ n \geq 1$

4. (2,5 ptos) Demuestre que $2^n > n^2$, $\forall\ n \in \mathbb{Z}^+ \,/\, n > 4$