

OPOSICIONES AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA EN LA
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS

Madrid 2025

(Cada uno de los ejercicios debe aparecer convenientemente razonado)

1. En el espacio vectorial $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$, se consideran los siguientes conjuntos:

$$U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3(\mathbb{R}) : x + y + z = 0\}$$

$$U_2 = \{(t, 2t, 3t) \in \mathbb{R}^3(\mathbb{R}) : t \in \mathbb{R}\}$$

Se pide:

- a) (1,25 pts) Probar que son subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$.
b) (1,25 pts) Hallar una base de U_1 , de U_2 , y de $(U_1 \cap U_2)$.
2. Responder de forma razonada a las siguientes dos cuestiones:
- a) (1,25 puntos) Justificar si son correctas o no las siguientes afirmaciones sobre el conjunto
 $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1\}$ de \mathbb{R}^2
- Es conexo y abierto.
 - Es conexo y compacto.
 - Es compacto y abierto.
- b) (1,25 pts) Demostrar que toda matriz compleja cuadrada de orden 2 es semejante a una matriz de una de las tres formas siguientes: $(\lambda, \mu \in \mathbb{C})$

$$\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 1 & \lambda \end{bmatrix}$$

3. (2 pts) Hállese la integral de línea para la forma diferencial siguiente

$$2xy \, dx + x^2 \, dy$$

a lo largo de los caminos:

- a) El camino C_1 que está sobre la recta $y = x$, uniendo el punto A (0,0) con el punto B (1,1).
b) El camino C_2 que está sobre la parábola $y = x^2$, uniendo el punto A (0,0) con el punto B (1,1).

Interprétese el resultado obtenido. (0,5 pts),

4. (1,5 pts) Encuentre un polinomio de tercer grado que toma los valores que a continuación se señalan:

x_k	0	1	2	4
y_k	1	1	2	5

Y represéntelo como una función en los ejes cartesianos. (1 pts)